TABLAS DE TRANSFORMADA Z

Tabla 2.1 Transformada z de funciones prácticas

N^{o}	$f(t)$ F. Continua	$f(kT)$ F. Discreta	$F(S)$ T. de Laplace	$F(z)$ Transformada z
1	$\delta(t)$	$\delta(kT)$	1	1
2	$u(t)$	$u(kT)$	$\frac{1}{S}$	$\frac{z}{z-1}$
3	t	kT	$\frac{1}{S^2}$	$\frac{Tz}{(z-1)^2}$
4	t^2	$(kT)^2$	$\frac{2}{S^3}$	$\frac{T^2z(z+1)}{(z-1)^3}$
5	t^3	$(kT)^3$	$\frac{6}{S^4}$	$\frac{T^3z(z^2+4z+1)}{(z-1)^4}$
6	e^{-at}	e^{-akT}	$\frac{1}{S+a}$	$\frac{z}{z-e^{-aT}}$
7	te^{-at}	kTe^{-akT}	$\frac{1}{(S+a)^2}$	$\frac{Te^{-aT}z}{(z-e^{-aT})^2}$
8	t^2e^{-at}	$(kT)^2e^{-akT}$	$\frac{2}{(S+a)^3}$	$\frac{T^2e^{-aT}z(z+e^{-aT})}{(z-e^{-aT})^3}$
9	$sin(bt)$	$sin(bkT)$	$\frac{b}{S^2+b^2}$	$\frac{zsin(bT)}{z^2-2zcos(bT)+1}$
10	$cos(bt)$	$cos(bkT)$	$\frac{S}{S^2+b^2}$	$\frac{z^2-zcos(bT)}{z^2-2zcos(bT)+1}$
11	$e^{-at}sin(bt)$	$e^{-akT}sin(bkT)$	$\frac{b}{(S+a)^2+b^2}$	$\frac{ze^{-aT}sinbT}{z^2-2ze^{-aT}cosbT+e^{-2aT}}$
12	$e^{-at}cos(bt)$	$e^{-akT}cos(bkT)$	$\frac{S+a}{(S+a)^2+b^2}$	$\frac{z^2-ze^{-aT}cosbT}{z^2-2ze^{-aT}cosbT+e^{-2aT}}$
13	$1-e^{-at}$	$1-e^{-akT}$	$\frac{a}{S(S+a)}$	$\frac{(1-e^{-aT})z}{(z-1)(z-e^{-aT})}$
14	$1-(1+at)e^{-at}$	$1-(1+akT)e^{-akT}$	$\frac{a^2}{S(S+a)^2}$	$\frac{1}{z-1}-\frac{z}{z-e^{-aT}}-\frac{aTe^{-aT}}{(z-e^{-aT})}$
15	$e^{-at}-e^{-bt}$	$e^{-akT}-e^{-bkT}$	$\frac{b-a}{(S+a)(S+b)}$	$\frac{(e^{-aT}-e^{-bT})z}{(z-e^{-aT})(z-e^{-bT})}$
16	$be^{-bt}-ae^{-at}$	$be^{-bkT}-ae^{-akT}$	$\frac{(b-a)S}{(S+a)(S+b)}$	$\frac{[(b-a)z-(be^{-aT}-ae^{-bT})]z}{(z-e^{-aT})(z-e^{-bT})}$

Tabla 2.1 Transformada z de Funciones Prácticas (Continuación)

N^{o}	$f(t)$ F. Continua	$f(kT)$ F. Discreta	$F(S)$ T. de Laplace	$F(z)$ Transformada z
17	$(1-at)e^{-aT}$	$(1-akT)e^{-akT}$	$\frac{S}{(S+a)^2}$	$\frac{[z-(1+aT)e^{-aT}]z}{(z-e^{-aT})^2}$
18	$at-1+e^{-at}$	$akT-1+e^{-akT}$	$\frac{a^2}{S^2(S+a)}$	$\frac{[(aT-1+e^{-aT})z+(1-e^{-aT}-aTe^{-aT})]z}{(z-1)^2(z-e^{-aT})}$
19		a^k		$\frac{z}{z-a}$
20		$a^{k-1} \quad k \geq 1$		$\frac{1}{z-a}$
21		ka^{k-1}		$\frac{z}{(z-a)^2}$
22		k^2a^{k-1}		$\frac{z(z+a)}{(z-a)^3}$
23		k^3a^{k-1}		$\frac{z(z^2+4az+a^2)}{(z-a)^4}$
24		$(-a)^k$		$\frac{z}{z+a}$
25		$a^k cos(k\pi)$		$\frac{z}{z+a}$
26		$k(k-1)a^{k-2}$		$\frac{2z}{(z-a)^3}$
27		$k(k-1)\cdots(k-m+2)$		$\frac{z(m-1)!}{(z-1)^m}$
28	$\frac{1}{S(S+a)(S+b)}$ $A=\frac{b(1-e^{-aT})-a(1-e^{-bT})}{ab(b-a)}$		$\frac{(Az+B)z}{(z-1)(z-e^{-aT})(z-e^{-bT})}$ $B=\frac{ae^{-aT}\left(1-e^{-bT}\right)-be^{-bT}(1-e^{-aT})}{ab(b-a)}$	
29	$1-e^{-at}(cosbt+\frac{a}{b}sinbt)$		$\frac{a^2+b^2}{S[(S+a)^2+b^2]}$	$\frac{(Az+B)z}{(z-1)(z^2-2ze^{-aT}cosbT+e^{-2aT})}$
	$A=1-e^{-aT}cosbT-\frac{a}{b}e^{-aT}sinbT$		$B=e^{-2aT}+\frac{a}{b}e^{-aT}sinbT-e^{-aT}cosbT$	

Tabla 2.2 Propiedades de la Transformada z

Nº	$x(t)$ ó $x(kT)$	Transformada z
1	$ax(t)$	$aX(z)$
2	$ax(t)+by(t)$	$aX(z)+bY(z)$
3	$x(t+T)$ ó $x(k+1)$	$zX(z)-zx(0)$
4	$x(t+2T)$	$z^2X(z)-z^2x(0)-zx(T)$
5	$x(k+2)$	$z^2X(z)-z^2x(0)-zx(1)$
6	$x(t+kT)$	$z^kX(z)-z^kx(0)-z^{k-1}x(T)-\cdots zx(kT-T)$
7	$x(t-k)$	$z^{-k}X(z)$
8	$x(n+k)$	$z^kX(z)-z^kx(0)-z^{k-1}x(1)-\cdots zx(k-1)$
9	$x(n-k)$	$z^{-k}X(z)$
10	$e^{-at}x(t)$	$X(ze^{-aT})$
11	$e^{-ak}x(k)$	$X(ze^{a})$
12	$a^kx(k)$	$X\left(\frac{z}{a}\right)$
13	$tx(t)$	$-T\frac{d[X(z)]}{dz}$
14	$x(0)$	$\lim_{z\to\infty} X(z)$
15	$x(\infty)$	$\lim_{z\to 1}[(z-1)X(z)]$

Tabla 2.3 Transformada z modificada

N^{o}	$f(t)$	$F(kT)$	$F(S)$	$F(z)$ Modificada
1	$u(t)$	$U(kT)$	$\frac{1}{S}$	$\frac{1}{z-1}$
2	t	kT	$\frac{1}{S^2}$	$\frac{mT}{z-1}-\frac{T}{(z-1)^2}$
3	t^2	$(kT)^2$	$\frac{2}{S^3}$	$T^2\left[\frac{m^2}{z-1}+\frac{2m+1}{(z-1)^2}+\frac{2}{(z-1)^3}\right]$
4	t^{n-1}	$(kT)^{n-1}$	$\frac{(n-1)!}{S^n}$	$\lim_{a\to 0}(-1)^{n-1}\frac{\partial^{n-1}}{\partial a^{n-1}}\left[\frac{e^{-amT}}{z-e^{-aT}}\right]$
5	e^{-at}	e^{-akT}	$\frac{1}{S+a}$	$\frac{e^{-amT}}{z-e^{-aT}}$
6	te^{-at}	$(kT)e^{-akT}$	$\frac{1}{(s+a)^2}$	$\frac{Te^{-amT}[e^{-aT}+m(z-e^{-aT})]}{(z-e^{-aT})^2}$
7	$1-e^{-at}$	$1-e^{-akT}$	$\frac{a}{S(S+a)}$	$\frac{1}{z-1}-\frac{e^{-amT}}{z-e^{-aT}}$
8	$at-1+e^{-at}$	$akT-1+e^{-akT}$	$\frac{a^2}{S^2(S+a)}$	$\frac{aT}{(z-1)^2}+\frac{amT-1}{z-1}+\frac{e^{-amT}}{z-e^{-aT}}$
9	$\mathbf{1-(1+at)e^{-at}}$	$\mathbf{1-(1+akT)e^{-akT}}$	$\frac{a^2}{S(S+a)^2}$	$\frac{1}{z-1}-\left[\frac{1+amT}{z-e^{-aT}}+\frac{aTe^{-aT}}{(z-e^{-aT})^2}\right]$
10	$e^{-at}-e^{-bt}$	$e^{-akT}-e^{-bkT}$	$\frac{b-a}{(S+a)(S+b)}$	$\frac{e^{-amT}}{z-e^{-aT}}-\frac{e^{-bmT}}{z-e^{-bT}}$
11	$sin(bt)$	$sin(bkT)$	$\frac{b}{S^2+b^2}$	$\frac{z.sin(bmT)+sin(1-m)bT}{z^2-2zcos(bT)+1}$
12	$cos(bt)$	$cos(bkT)$	$\frac{S}{S^2+b^2}$	$\frac{z.cos(bmT)-cos(1-m)bT}{z^2-2zcos(bT)+1}$
13	$e^{-at}sin(bt)$	$e^{-akT}sin(bkT)$	$\frac{b}{(S+a)^2+b^2}$	$\frac{[z.sin(bmT)+e^{-aT}sin(1-m)bT]e^{-amT}}{z^2-2ze^{-aT}cos(bT)+e^{-2aT}}$
14	$e^{-at}cos(bt)$	$e^{-akT}cos(bkT)$	$\frac{S+a}{(S+a)^2+b^2}$	$\frac{[z.cos(bmT)+e^{-aT}sin(1-m)bT]e^{-amT}}{z^2-2ze^{-aT}cos(bT)+e^{-2aT}}$